Chaleur élémentaire

Chaleur spécifique des solides

Solide A $\quad C_A \propto m_A \quad C_A \propto n_A \quad C_A = c_{A,m}\, m_A = C_{A,mol}\, n_A$

Solide B $\quad C_B \propto m_B \quad C_B \propto n_B \quad C_B = c_{B,m}\, m_B = C_{B,mol}\, n_B$

C_{mol} ou c_m dépendent-ils du matériau ?

Si oui pas de relation simple entre A et B $\quad \dfrac{C_A}{C_B} = \dfrac{c_{A,m}\, m_A}{c_{B,m}\, m_B} = \dfrac{C_{A,mol}\, n_A}{C_{B,mol}\, n_B}$

Si non

$c_m \quad \dfrac{C_A}{C_B} = \dfrac{m_A}{m_B}$

$C_{mol} \quad \dfrac{C_A}{C_B} = \dfrac{n_A}{n_B}$

mais c'est l'un ou l'autre !

$$C_{A,mol} = c_{A,m} \times \frac{m_A}{n_A} = c_{A,m}\, M_A$$

Solide

$$\frac{C_A}{C_B} = \frac{m_A}{m_B} \; ? \qquad \frac{C_A}{C_B} = \frac{n_A}{n_B} \; ? \qquad \text{ni l'un ni l'autre}$$

$T_{in} = 17{,}9\,°C$

- $C_{1\,kg}\,Pb = C_{1\,kg}\,Al$?
- $\boxed{C_{1\,mole}\,Pb = C_{1\,mol}\,Al \;?}$
- ni l'un ni l'autre

				ΔT
Al	54g	$\times 2{,}4$	2 moles	3,9°C
Cu	128g	$\times 1{,}9$	2 moles	3,6°C
Sn	238g	$\times 1{,}7$	2 moles	4,1°C
Pb	414g		2 moles	4°C

$\times 7{,}7$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}P(x,y)\right)_y = \left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y\right)_y$$

Différentielle de fonction de plusieurs variables

○ On écrit la différentielle de f, fonction des infiniment petits dx et dy :

$$\left(\frac{\partial}{\partial y}P(x,y)\right)_x = \left(\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y\right)_x$$

$f(x,y)$

$$\boxed{df = \underbrace{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y}_{P(x,y)} dx + \underbrace{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x}_{Q(x,y)} dy} = P(x,y)dx + Q(x,y)dy$$

○ On peut aussi écrire des dérivées secondes etc. $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$

○ Pour les dérivées partielles secondes, on peut montrer que *l'ordre des dérivation n'est pas important* (**théorème de Schwarz**) :

$$\boxed{\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}} \Longleftrightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)_x = \left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)_y$$

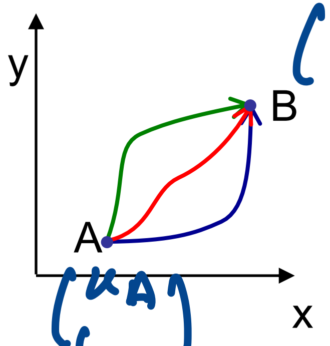
Si on connait f

$$\int_A^B df = f(B) - f(A)$$

Sinon

○ Prenons maintenant une expression *arbitraire* :
"df" = F(x,y)dx + G(x,y)dy

○ Pour intégrer df du point A (x_A,y_A) au point B (x_B,y_B) on peut suivre plusieurs chemins :



il faut définir un chemin

○ *Le résultat dépend il du chemin ?*

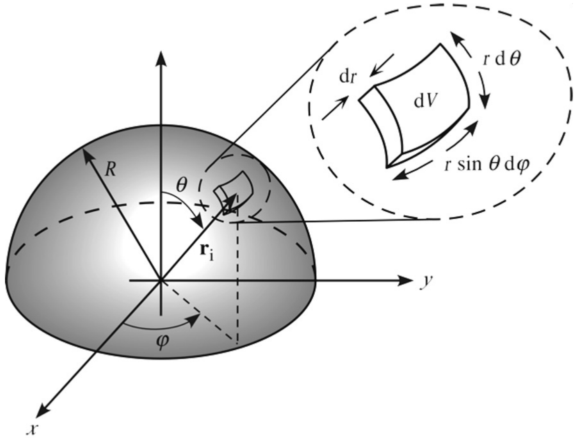
$\Longleftrightarrow$ existe t'il une fonction f ?

Outils mathématiques, suite

Attention, ne pas confondre :

"Chemin" = courbe 1D de A à B
c.à.d. on définit une relation entre
x et y x(y) ou y(x) ou
x(u), y(u) ou C(x,y)=0

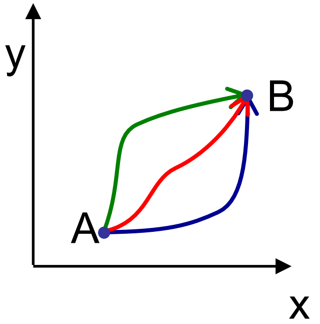
- Intégrale multiple sur une surface, volume etc...



$$\cancel{\iint_{\text{Surface S}} f(x,y)\,dx\,dy} \qquad \iint_{\text{Surface S}} f(x,y)\,d^2S$$

$$\cancel{\iiint_{\text{Volume V}} f(x,y,z)\,dx\,dy\,dz} \qquad \iiint_{\text{Volume V}} f(x,y,z)\,d^3V$$

- Intégrale curviligne, le long d'un chemin



$$\int_{\substack{\text{Chemin}\\ A(x_A,y_A)\to B(x_B,y_B)}} df(x,y) = \int_{\substack{\text{Chemin}\\ A(x_A,y_A)\to B(x_B,y_B)}} u(x,y)dx + v(x,y)dy$$

par exemple $= \int_{x_A}^{x_B} u(x, y(x))\,dx + v(x, y(x))\,y'(x)\,dx$

EPFL Fonctions de une variable $f(x)$

La connaissance de $f'(x)$ (ou df) et la valeur de $f(a)$ en un point a permet de reconstruire $f(x)$

$$\int_a^x f'(x)\,dx = f(x) - f(a)$$

$$f(x) = f(a) + \int_a^x f'(x)\,dx = f(a) + \int_a^x df$$

Indépendant du point b

$$f(x) = f(b) + \int_b^x df$$

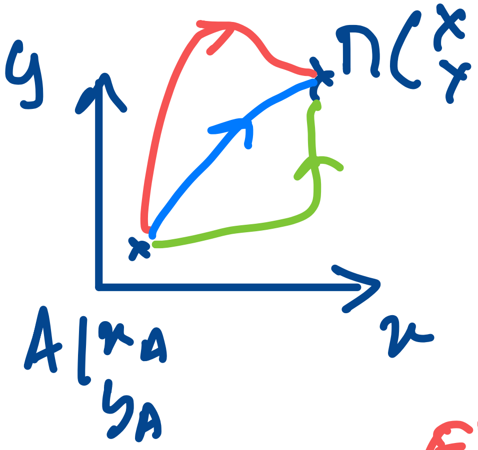
$$= f(b) + \int_b^a df + \int_a^x df$$

$$= f(b) + f(a) - f(b) + \int_a^x df = f(a) + \int_a^x df$$

Pour des fonctions de plusieurs variables

$$df = u(x,y)\,dx + v(x,y)\,dy$$

Peut on écrire une relation semblable $f(X,Y) = f(x_A,y_A) + \int_A^{M(X,Y)} df$?



Cela n'a de sens que si l'intégrale curviligne est indépendante du chemin

$\Longleftrightarrow$ $\exists\, f(x,y)$ telle que $df = u(x,y)\,dx + v(x,y)\,dy$

Et on peut prendre le chemin qui nous arrange pour faire le calcul

Sinon $\nexists\, f$ telle que $df = u(x,y)\,dx + v(x,y)\,dy$

et on écrit $\delta f = u(x,y)\,dx + v(x,y)\,dy$